

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE LAJES, VIA ANALOGIA DE GRELHA

Letycia Cruvinel Almeida¹
Marcel Willian Reis Sales²
José de Souza Sales³
Charles França de Sousa⁴

RESUMO

Objetivou-se por meio deste estudo avaliar as flechas produzidas por lajes de diferentes dimensões utilizando um software, que tem como princípio a analogia de grelhas equivalentes. Analisou-se três lajes maciças de concreto, a fim de obter os deslocamentos adotou-se o programa computacional Grelhas Equivalentes, os valores encontrados foram comparados com referenciais analíticos. Como por meio do software não é possível escolher os apoios adotados para os cálculos da laje, e este é um fator que pode influenciar os valores das flechas, os referenciais analíticos foram calculados considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e o método de ábaco por vinculações de lajes. Com base nos resultados apresentados, o software de análise de deslocamentos em lajes maciças obteve valores dentro dos limites de 15,00% estabelecidos para este estudo, em pelo menos um dos métodos de cálculo. Na Laje 1 isolada, houve uma diferença de 12,00% entre o valor analítico de referência e o valor gerado pelo software, mas ao aplicar o método do ábaco de vinculação de lajes, para a mesma laje interligada o erro foi reduzido para 4,65%. Na Laje 2, o método de ábacos por vinculação de lajes resultou em um erro de 13,33%, enquanto na L3, o método de cálculo bi apoiado resultou em um erro de 4,72%. No entanto, em nenhum dos casos, os valores de deslocamento obtidos pelo software foram próximos aos valores analíticos que adotaram o engaste como um dos apoios. Em geral, o software foi útil para análise de deslocamentos em lajes maciças, mas é necessário melhorias e mais dados para obter resultados mais precisos e confiáveis

Palavras-chave: Analogia de Grelha., Deslocamento e Lajes Maciças.

STUDY OF THE BEHAVIOR OF SLABS, USING GRIDWORK ANALOGY

ABSTRACT

The objective of this study was to evaluate the deflection produced by slabs of different dimensions using a software, principle is the analogy of equivalent grids. Three solid and concrete slabs were analyzed, in order to obtain the displacements, the computational program Equivalent Grids was adopted, the values found were compared with analytical references. As it is not possible to choose the supports adopted for the slab calculations through the software, and this is a factor that can influence the values of the deflection, the analytical references were calculated considering the adoption of different types of support, and the method of abacus by binding of slabs. Based on the results presented, the displacement analysis software for solid slabs obtained values within the limits of 15,00% established for this study, in at least one of the calculation methods. On Slab 1 alone, there was a difference of 12,00% between the analytical reference value and the value generated by the software, but when applying the abacus method of linking slabs, for the same interconnected slab the error was reduced to 4.65%. In Slab 2, the slab linking abacus method resulted in an error of 13.33%, while in L3, the bi-supported calculation method resulted in an error of 4.72%. However, in none of the cases, the displacement values obtained by the software were close to the analytical values that adopted the crimp as one of the supports. In general, the software was useful for analyzing displacements in massive slabs, but improvements and more data are need to obtain more accurate and reliable results.

Keywords: Gridwork Analogy, Dimensioning and Solid Slabs

Recebido em 10 de julho de 2023. Aprovado em 31 de julho de 2023

¹ IF Goiano Rio verde

² Docente e pesquisador IF Goiano Rio verde marcel.sales@ifgoiano.edu.br

³ Docente e pesquisador da UEG CCET Anápolis jose.sales@ueg.br

⁴ Mestrando do IF Goiano Rio verde charles.sousa@estudante.ifgoiano.edu.br

INTRODUÇÃO

As lajes são elementos estruturais feitos de concreto que são amplamente utilizados para criar pisos horizontais. O dimensionamento desses elementos estruturais requer a avaliação estrutural para garantir uma execução mais econômica e segura. Por muitos anos, o cálculo das lajes era feito utilizando-se tabelas para lajes isoladas retangulares e certos procedimentos para obter os esforços em painéis contínuos (REIS, 2007). No entanto, com a necessidade de avaliar o comportamento das lajes por meio de modelos mais precisos e capazes de avaliar o pavimento de forma integrada, foram desenvolvidos softwares capazes de dimensionar estruturas, mecanizando o processo (SABAH et al., 2022).

Os métodos numéricos, como a analogia de grelha e elementos finitos, são amplamente utilizados nos programas comerciais de projeto e muito empregados nos escritórios de engenharia (SABAH et al., 2022). De acordo com Gelatti (2012), o princípio básico do Método dos Elementos Finitos (MEF) é a divisão do meio contínuo ou corpo sólido em um número conveniente de elementos, ligados em suas extremidades por nós. Assim, quanto maior o número de nós e elementos, mais confiáveis serão os resultados obtidos. O campo de deslocamentos (ou de tensões) dentro de cada elemento é aproximado por funções, em geral polinomiais, que interpolam os valores de deslocamentos (ou tensões) nodais (GELATTI, 2012).

Gelatti, (2012) também aponta que existe um refinamento considerado ideal para cada tipo de estrutura em cada situação, de modo que o tempo gasto no cálculo e a precisão obtida sejam satisfatórios. A analogia de grelha equivalente é um dos métodos numéricos mais usados para a análise de lajes em concreto armado, implementado em diversos softwares comerciais (ARAÚJO, 2010).

O método consiste na substituição da laje por uma grelha de vigas que representam a estrutura real da laje. Esse método pode ser utilizado para a análise de lajes poligonais de formas diversas, incluindo as vigas de apoio, permitindo o cálculo dos esforços no pavimento como um todo, levando em conta as deformações das vigas (ARAÚJO, 2010).

De acordo com Giongo et al. (2016), a metodologia de grelhas equivalentes é baseada na equação de equilíbrio das forças e momentos em cada nó da grelha, que pode ser resolvida utilizando métodos matriciais, tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF).

A utilização da metodologia de grelhas equivalentes tem se mostrado altamente eficaz e precisa no cálculo de lajes, tornando-se amplamente empregada na prática da engenharia civil. No entanto, é fundamental ressaltar que sua aplicação demanda conhecimento e experiência por parte do projetista, além do uso de softwares específicos para a modelagem e análise da estrutura. É importante que esses softwares sejam testados para verificar se os valores apresentados estão em conformidade com os cálculos analíticos.

Com base nesse contexto, o presente estudo teve como objetivo avaliar as deformações produzidas por lajes retangulares, a partir do refinamento de malhas por meio de um software de cálculo de grelhas equivalentes. Foram considerados diferentes tipos de apoio e o método de ábaco por vinculação de lajes para a obtenção dos valores analíticos de deslocamento.

Deslocamentos

Os cálculos de deslocamento em lajes maciças são importantes para garantir a segurança e a durabilidade da estrutura. Segundo Wu e Wang (2020), a deformação excessiva pode levar à fissuração e até mesmo ao colapso da estrutura. Por isso, é fundamental que o cálculo de deslocamento seja realizado de forma precisa e rigorosa.

Há basicamente dois métodos de cálculo para lajes maciças, o elástico e o de ruptura, O primeiro basear-se em um elemento sujeito a cargas de serviço. O segundo é baseado no mecanismo de ruptura da laje. No elástico, subestimam-se os deslocamentos. No da ruptura, procuram-se formas de falhas na laje, chamado de charneiras plásticas

Conforme a NBR 6118:2014 (ABNT 2014) os deslocamentos são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura. Para este trabalho considerou-se o método elástico a fim de obter os deslocamentos das lajes.

Os métodos de cálculo de flecha máxima em lajes maciças podem variar dependendo das características da laje, como as dimensões, o tipo de carregamento e os apoios utilizados. O primeiro método que será adotado neste estudo é o de cálculo de lajes maciças utilizando ábacos por vinculação de lajes que se trata de uma técnica simplificada e gráfica que pode ser utilizada para determinar as flechas máximas em lajes submetidas a carregamentos uniformemente distribuídos.

Esse método se baseia na análise da laje como um conjunto de lajes paralelas vinculadas entre si, formando uma grade. A partir dessa grade, é possível determinar as flechas máximas da laje por meio de ábacos que relacionam o comprimento da laje, o módulo de elasticidade do concreto e a relação entre o comprimento e a altura da laje.

Para os cálculos de deslocamentos máximos das lajes considerando o método de ábacos de vinculação de lajes, considerou-se por equação analítica (Eq. 1), apresentada por Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

$$W_{\max} = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad \text{Eq.1}$$

Onde: p é o carregamento uniformemente distribuído sobre a placa; α se de trata de um coeficiente tabelado em função de λ ou γ ; l_x é o menor vão da laje; E é o módulo de elasticidade do concreto; h é a altura da laje ou espessura da placa.

É importante salientar que o método de cálculo de flecha máxima em lajes maciças por meio de ábacos por vinculação de lajes apresenta limitações e não contempla todos os aspectos relevantes para o cálculo dessas estruturas, especialmente a influência dos tipos de apoio adotados. Com o intuito de contornar essa limitação, o presente estudo considerou as Equações 2, 3 e 4 propostas por Pinheiro et al. (2010) para o cálculo de flechas em lajes maciças, as quais levam em conta a influência dos diferentes tipos de apoio. A Equação 2 refere-se ao cálculo de flecha em lajes bi apoiadas, a Equação 3 para lajes apoiadas e engastadas, e a Equação 4 para lajes bi engastadas.

$$W_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot I} \quad \text{Eq.2}$$

$$W_{\max} = \frac{3}{554} \cdot \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot I} \quad \text{Eq.3}$$

$$W_{\max} = \frac{1}{384} \cdot \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot I} \quad \text{Eq.4}$$

Onde: p é o carregamento uniformemente distribuído sobre a placa; l é o menor vão da laje; E é o módulo de elasticidade do concreto.

Método dos elementos finitos

No âmbito da Engenharia de Estruturas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores. Este tipo de cálculo tem a designação genérica de análise de estruturas e surge, por exemplo, no estudo de edifícios, pontes, barragens (AZEVEDO, 2023).

Em linhas gerais, pode-se definir o MEF como um método matemático, no qual um meio contínuo é discretizado (subdividido) em elementos que mantêm as propriedades de quem os originou. Esses elementos são descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos para que sejam obtidos os resultados desejados (LOTTI, 2006).

Este conjunto formado pelos elementos finitos dá-se o nome de malha, que por sua vez estão conectados entre si por intermédio de pontos discretos, que são chamados de nós, que por sua vez está diretamente relacionada com a exatidão da solução (FISH, 2009). Aumentando o número de elementos de uma malha, a convergência da solução também aumenta. Este procedimento é conhecido como refinamento da malha, e ao passo que o número de divisões tende a infinito, a solução do sistema de equações diferenciais parciais converge para o valor exato (HUTTON, 2004). A Figura 1 ilustra o princípio da discretização aplicado no método dos elementos finitos (MEF).

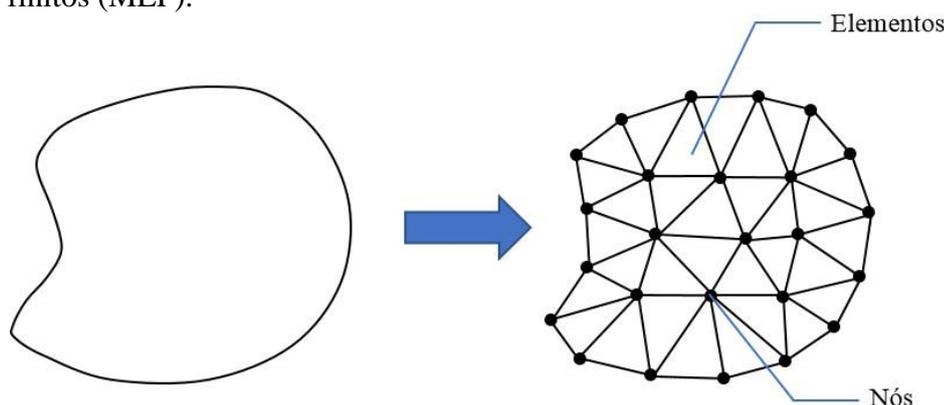


Figura 1. Discretização de um corpo contínuo.

Fonte: Rodrigues Junior e Maluf Filho, 2019.

Analogia de grelhas equivalentes

A analogia de grelhas equivalentes é um método numérico bastante utilizado na análise de estruturas em engenharia civil. Conforme Fava (2021), o processo de grelha equivalente consiste em discretizar a laje em dois conjuntos de linhas, um na vertical e outro na horizontal, igualmente espaçadas, sendo interligadas por pontos chamados de nós, conforme é apresentado na Figura 2.

Essa malha é utilizada no cálculo dos esforços, substituindo de forma aproximada a laje poligonal. Para determinar a relação entre força e deslocamento, nos métodos clássicos de análise estrutural, utiliza-se o método das forças ou o método dos deslocamentos.

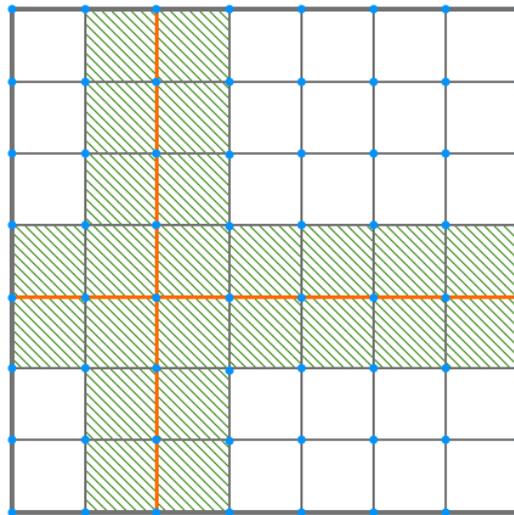


Figura 2. Discretização da laje por meio da Analogia de Grelhas
Fonte: Longo, (2022).

Outra abordagem para a análise de deslocamentos em lajes é apresentada por Lopes et al. (2019). Os autores propõem o uso do método dos elementos finitos para a análise de lajes nervuradas em concreto armado. Segundo os autores, o método permite avaliar as deformações e deslocamentos da laje, bem como os esforços internos que atuam na estrutura.

MATERIAIS E MÉTODOS

Neste artigo foi feito o estudo de quatro elementos de lajes com diferentes dimensões. A primeira Laje (L1) foi analisada de forma isolada e o painel composto pelas três lajes, L1, L2 e L3 (Figura 3), a fim de obter os deslocamentos produzidos em cada laje.

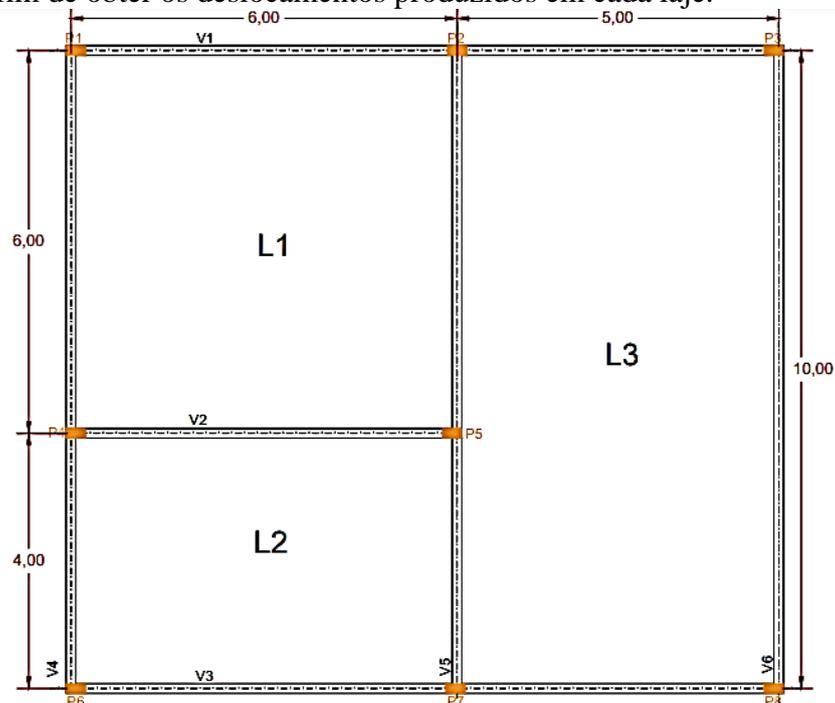


Figura 3. Seções transversais das lajes..
Fonte: Próprio Autor, (2023)

A Tabela 1 apresenta os valores característicos adotados para cada laje.

	Laje 1	Laje 2	Laje 3
p	5,00	5,00	5,00
E_c	21287367	21287367	21287367
α	4,67	4,38	5,66
h	0,12	0,12	0,12
l_x	6,00 m	4,00 m	5,00 m

p= Total de pesos; E_c = Módulo de elasticidade; α = Coeficiente para cálculo de flechas; h= Espessura das lajes; l_x = Menor vão da laje.

Fonte: Próprio Autor (2023)

O programa adotado para obtenção dos deslocamentos e refinamento das malhas neste estudo foi o Análise de Grelha Equivalentes, versão 1.5.0. que, se trata de uma ferramenta com pré- processador gráfico que permite a análise de grelhas por barras, visando seu emprego no cálculo de estruturas de pavimentos de concreto. Sua interface por ser visualizada na Figura 4.

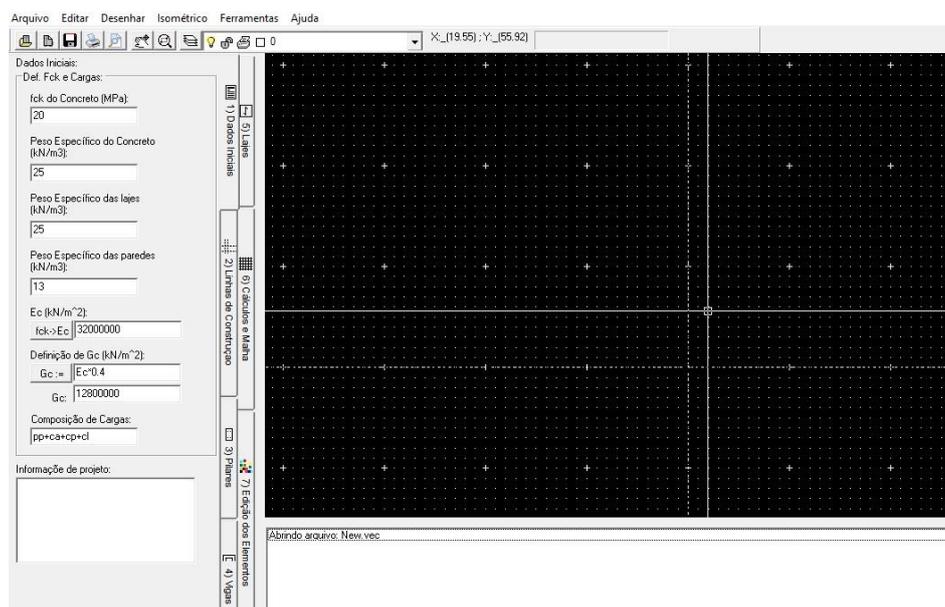


Figura 4. Interface do programa Análise de Grelha Equivalentes, versão 1.5.0.

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Por meio deste programa, as lajes foram discretizadas em analogia de grelha com as barras espaçadas em números pares, a fim de se obter o deslocamento. Para efeito de comparação, gerou-se um modelo em elementos finitos.

Como por meio do software não é possível se escolher os apoios adotados para os cálculos da laje, e este é um fator que pode influenciar os valores das flechas, os referenciais analíticos foram calculados considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e do método de ábaco por vinculações de lajes. Calculou-se ainda o erro percentual a partir da Equação 5.

$$\text{Erro} = (1 - (V_{\text{medido}} - V_{\text{nominal}} = V_{\text{nomina}}) / A) * 100 \quad \text{Eq. 5}$$

Onde, Erro refere-se ao erro, V_{medido} = Valor medido e V_{nominal} = Valor nominal . Considerando os baixos valores encontrados para os deslocamentos e as taxas aceitáveis adotadas por projetistas, neste estudo foi adotado um critério de erro percentual máximo de 15% entre o valor analítico e o valor obtido pelo software para avaliar sua precisão nos cálculos de deslocamento. Se o erro estiver dentro desse limite, pode-se considerar que o software foi preciso em seus cálculos de deslocamento. Além disso, é possível determinar qual método se aproxima mais dos valores do software e verificar qual deles foi adotado.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Durante a avaliação dos dados, foi realizada uma análise comparativa dos valores obtidos para o deslocamento máximo em cada laje, utilizando as equações analíticas e o refinamento da malha por meio do software.

3.1 Laje Isolada

Os resultados obtidos a partir do refinamento das malhas e os deslocamentos correspondentes a laje L1 são apresentados na Figura 5. Foram executados seis processos de refinamento até os valores convergirem, é possível verificar que a elevação do número de elementos resulta em um aumento dos valores obtidos para os deslocamentos.

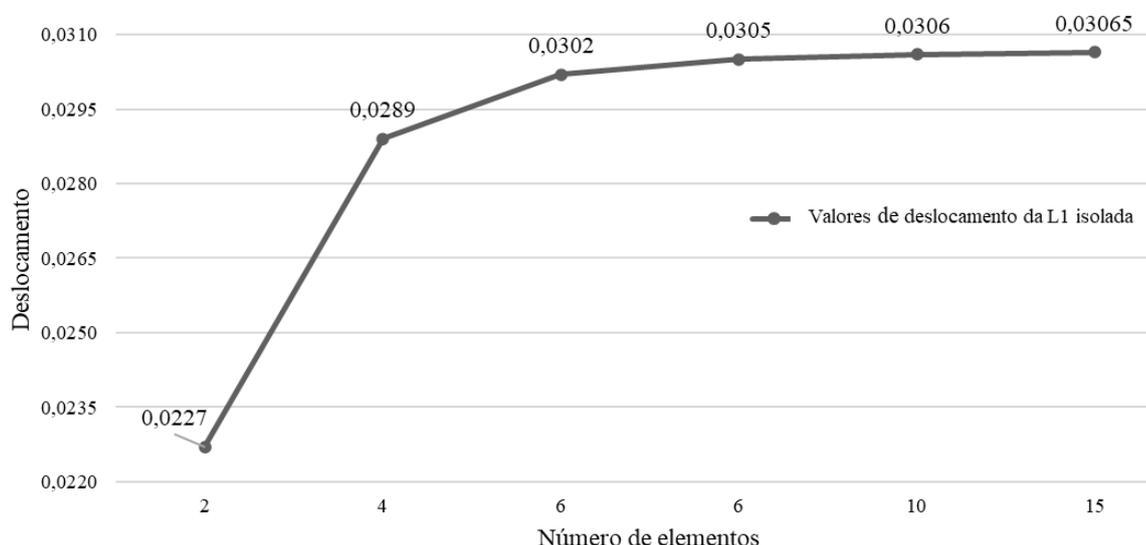


Figura 5. Gráfico de deslocamento da laje 1 isolada
Fonte: Próprio Autor, (2023).

Vale ressaltar que o valor deslocamento encontrado por meio do programa de analogia de grelha convergiu-se no último refinamento realizado. Por meio da Figura 6 é possível visualizar e analisar o comportamento das estruturas sujeita as deformações. As diferentes cores no mapa representam diferentes valores de deslocamento em um dado ponto da estrutura.

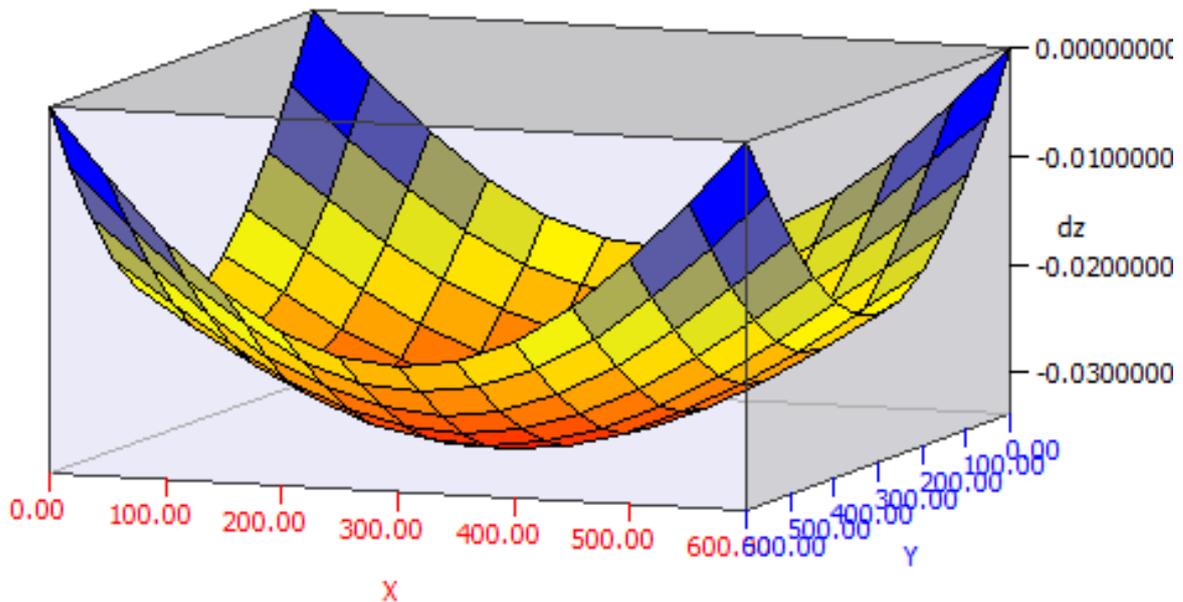


Figura 6. Mapa de deformações da laje 1 isolada
 Fonte: Próprio Autor, (2023).

A Tabela 2 apresenta os valores encontrados para os referenciais analíticos, obtidos a partir dos cálculos das flechas realizados para Laje 1 isolada, considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e do método de ábaco por vinculações de lajes, tais valores foram comparados com valor encontrado para o deslocamento obtido por meio do refinamento da malha.

Tabela 2. Referenciais analíticos para Laje 1 isolada

Laje 1 isolada			
Equação	Cálculo adotado	Wmax (m)	Erro (%)
Eq.1	Ábacos de vinculação das lajes	0,00820	274,39%
Eq.2	Laje bi apoiada	0,02753	12,00%
Eq.3	Laje apoiada e engastada	0,01145	168,00%
Eq.4	Laje bi engastada	0,00551	458,00%

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Durante a análise dos resultados obtidos através dos refinamentos das malhas, foi possível observar que o valor do deslocamento variou de acordo com o tipo de refinamento utilizado. No primeiro refinamento (2x2), o deslocamento foi de 0,02270 m, enquanto no refinamento em que os valores foram estabilizados (12x12), o valor encontrado para a flecha máxima da Laje 1 isolada foi de 0,03065 m. Esse valor foi comparado com os valores encontrados pelos métodos de cálculo analíticos.

Ao comparar o resultado obtido pelo software de grelhas equivalentes com o valor analítico obtidos através do método de ábacos de vinculação das lajes (0,00820 m), observa-se um erro significativo de cerca de 274,39%, do que 15,00% indicado pelos projetistas. Esse erro sugere que o método de cálculo utilizado pelo software pode não ter considerado as mesmas condições e hipóteses adotadas no cálculo analítico de referência.

Os valores de deslocamento obtidos para uma laje bi apoiada, laje apoiada e engastada, e laje bi engastada são respectivamente de 0,02753 m, 0,01145 m e 0,00551 m. Ao comparar os valores de deslocamento e seus respectivos erros apresentados para as lajes bi apoiada,

apoiada e engastada, e bi engastada com o erro máximo de 15,00%, verifica-se que apenas o valor de deslocamento para a laje bi apoiada está dentro do intervalo aceitável, apresentando um erro de 12,00%. Já as lajes apoiada e engastada e bi engastada apresentam erros de 168,00% e 458,00%, respectivamente, muito acima do limite aceitável. Esses valores indicam a inadequação dos métodos utilizados para essas lajes, podendo ser necessária uma revisão dos cálculos e das condições adotadas para o cálculo dos deslocamentos.

Lajes interligadas

Analisou-se as flechas da Laje 1 (L1), Laje 2 (L2) e a Laje 3 (L3), de forma conjunta. Para L1, analisada de forma interligada as demais lajes, foram feitos dez refinamentos da malha, até se atingir a estabilidade no valor da flecha, quatro refinamentos a mais do que foi necessário para a mesma laje analisada de forma isolada. O processo de refinamento da L1, pode ser visto na Figura 7.

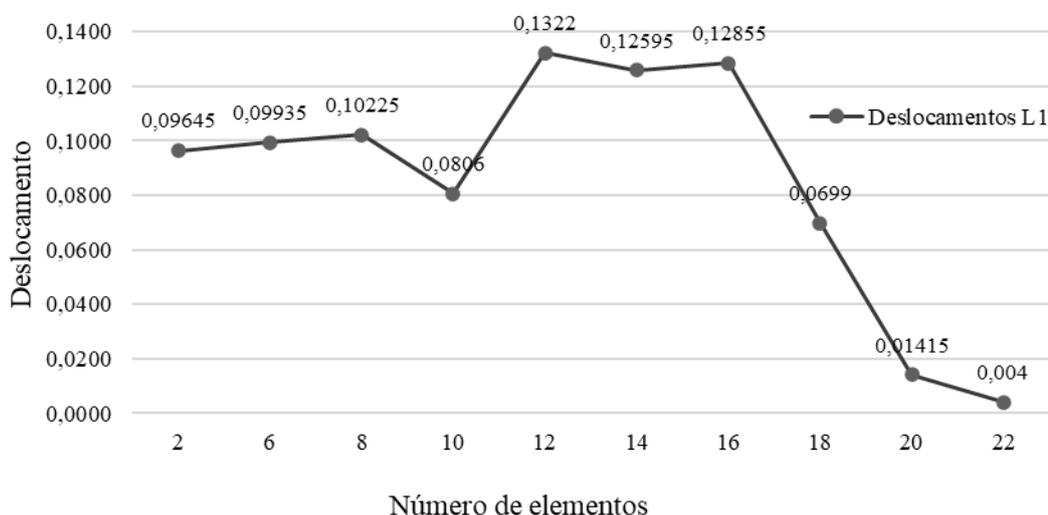


Figura 7. Gráfico de deslocamento da laje 1
Fonte: Próprio Autor, (2023).

Ao aumentar o número de nós, ou seja, refinar a malha, diferentemente da laje analisada de forma isolada, os valores dos deslocamentos não se comportaram de forma crescente, isto porque quando se divide as lajes em elementos finitos, divide-se como um todo, e o valor adotado para a flecha individual que cada laje se encontra em seu nó de centro, que pode ter variação de coordenadas à medida que são feitos os refinamentos.

Devido a isto, antes do valor da flecha se estabilizar no valor de deslocamento real da laje, ocorre variações nos valores de deslocamento à medida que são feitos os refinamentos. Dentre os valores de deslocamentos encontrados para L1 interligada, a maior flecha foi do refinamento 12x12 (0,1322 m), seguido do 16x16 (0,12595 m) e sequentemente o 14x14 (0,12855 m), a partir do refinamento 18x18 (0,0699 m), o valor da flecha começa a decrescer e se estabiliza no refinamento 22x22 com uma flecha de 0,00400 m. A diferença de deslocamento entre a Laje 1 isolada e a Laje 1 interligada foi de 0,02665 m, o que representa uma diferença significativa. Isso sugere que a presença de outras lajes interligadas afeta diretamente o comportamento estrutural de cada laje individualmente.

Como mencionado anteriormente, a interligação das lajes impacta no comportamento estrutural como um todo, e isso foi evidenciado pelos resultados encontrados. Além disso, a diferença nos deslocamentos entre a Laje 1 isolada e a Laje 1 interligada também pode ser

explicada pela variação nas coordenadas dos nós de centro, que ocorre durante os refinamentos da malha. Por meio da Figura 8 é possível visualizar e analisar o comportamento de estruturas interligadas sujeitas as deformações.

As diferentes cores no mapa representam diferentes valores de deslocamento em um dado ponto da estrutura.

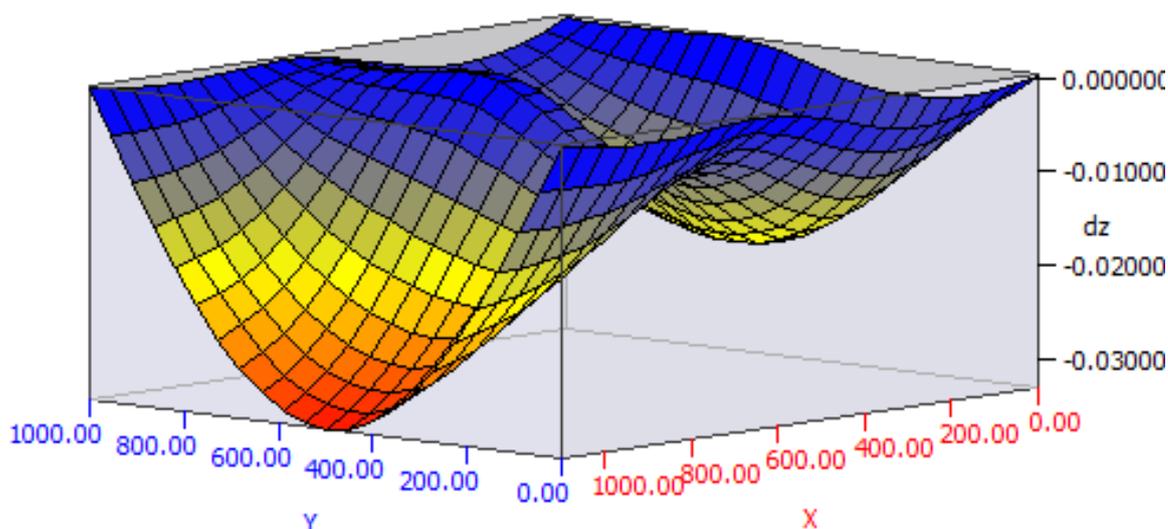


Figura 8. Mapa de deformações das lajes interligadas
Fonte: Próprio Autor, (2023).

A Tabela 3 apresenta os valores encontrados para os referenciais analíticos, obtidos a partir dos cálculos das flechas realizados para Laje 1 interligada às demais lajes, considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e do método de ábaco por vinculações de lajes, tais valores foram comparados com valor encontrado para o deslocamento obtido por meio do refinamento da malha.

Tabela 3. Referenciais analíticos para Laje 1

Laje 1		
Cálculo adotado	Wmax (m)	Erro (%)
Ábacos de vinculação das lajes	0,00430	4,65%
Laje bi apoiada	0,02753	85,10%
Laje apoiada e engastada	0,01145	64,18%
Laje bi engastada	0,00551	25,52%

Fonte: Próprio Autor, (2023).

O método da bi apoiada apresentou o maior valor de Wmax (0,02753 m), seguido pelo método da laje apoiada e engastada (0,01145 m) e pelo método da laje bi engastada (0,00551 m). O menor valor foi obtido através dos ábacos de vinculação das lajes (0,00430 m).

Com base na análise do erro percentual, observa-se que o método dos ábacos demonstrou a menor margem de erro, correspondente a 4,65%. Por outro lado, o método da laje bi apoiada apresentou o maior erro, totalizando 85,10%. O método da laje apoiada e engastada produziu uma margem de erro de 64,18%, enquanto o método da laje bi engastada gerou um erro de 25,52%.

Em relação ao limite máximo de erro de 15,00%, estabelecido por este estudo para avaliar a compatibilidade entre os resultados obtidos por meio do software e os métodos analíticos de cálculo, somente o método dos ábacos de vinculação das lajes se mostrou dentro do limite estabelecido. Tal fato indica que este método é o mais confiável para estimar a flexão máxima (W_{max}) da laje 1.

Para a análise da flecha da L2, foram realizados nove refinamentos na malha até que se alcançasse a estabilidade do valor da deformação. Entretanto, ao aumentar o número de nós através da refinagem da malha, os valores dos deslocamentos não se comportaram de maneira linear. Isso acontece porque, ao dividir a laje em elementos finitos, cada elemento é subdividido em sua totalidade e o valor da deformação em cada nó central pode variar de acordo com as coordenadas, à medida que a malha é refinada.

A Figura 9 ilustra como se comportam os deslocamentos da L2, que está interligada às demais lajes.

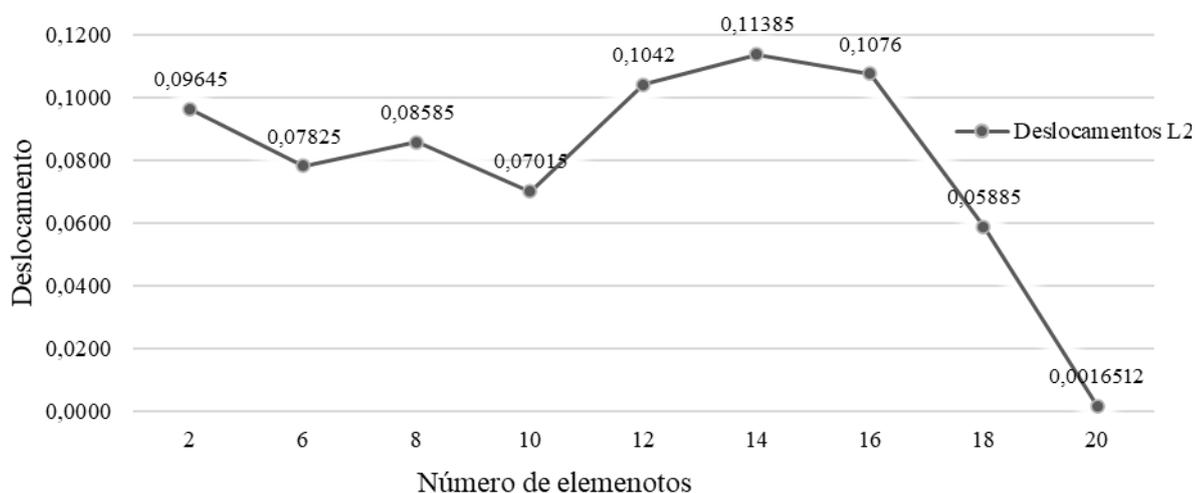


Figura 91. Gráfico de deslocamento da Laje 1

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Os resultados de deslocamento para L2 mostram que a maior flecha foi obtida com o refinamento 14x14 (0,11385 m), seguida do 16x16 (0,1076 m) e do 12x12 (0,1042 m). A partir do refinamento 18x18 (0,05885 m), o valor da flecha começa a decrescer e se estabiliza no refinamento 20x20 com um valor de 0,00165

A Tabela 4 exibe os valores dos referenciais analíticos, os quais foram determinados a partir dos cálculos de flexão realizados para a Laje 2, considerando diversos tipos de apoio, bem como por meio do método de ábaco por vinculação de lajes. Esses valores foram comparados com os valores obtidos a partir da análise de deslocamento realizada através do refinamento da malha.

Tabela 4. Referenciais analíticos para Laje 2

Laje 2			
Equação	Cálculo adotado	Wmax (m)	Erro (%)
Eq.1	Ábacos de vinculação das lajes	0,00150	13,33%
Eq.2	Laje bi apoiada	0,00544	68,73%
Eq.3	Laje apoiada e engastada	0,00226	24,82%
Eq.4	Laje bi engastada	0,00109	56,33%

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Para a Laje 2, os valores de Wmax encontrados foram 0,00544 m para a laje bi apoiada, 0,00226 m para a laje apoiada e engastada, 0,00109 m para a laje bi engastada e 0,00150 m para o método dos ábacos de vinculação das lajes.

Observa-se que o método dos ábacos de vinculação das lajes apresentou o menor erro percentual (13,33%), seguido pelo método da laje apoiada e engastada (24,82%), o método da laje bi engastada (56,33%) e, por fim, o método da laje bi apoiada, que apresentou o maior erro percentual (68,73%).

Considerando que uma diferença superior a 15,00% entre o método analítico e o erro percentual indica incompatibilidade entre o valor obtido pelo software e o referencial analítico, pode-se observar que apenas o método dos ábacos de vinculação das lajes apresentou um erro percentual inferior ao limite aceitável. Isso significa que este método é o mais confiável para estimar a flexão máxima da Laje 2.

Por outro lado, os métodos da laje bi apoiada, da laje apoiada e engastada, e da laje bi engastada apresentaram erros percentuais superiores ao limite estabelecido, indicando que os valores obtidos pelo software não são compatíveis com os referenciais analíticos adotados para esses métodos.

Para L3, realizou-se onze refinamentos da malha, até se atingir a estabilidade no valor da flecha. Por meio da Figura 10 é possível observar como se comporta os deslocamentos da L1.

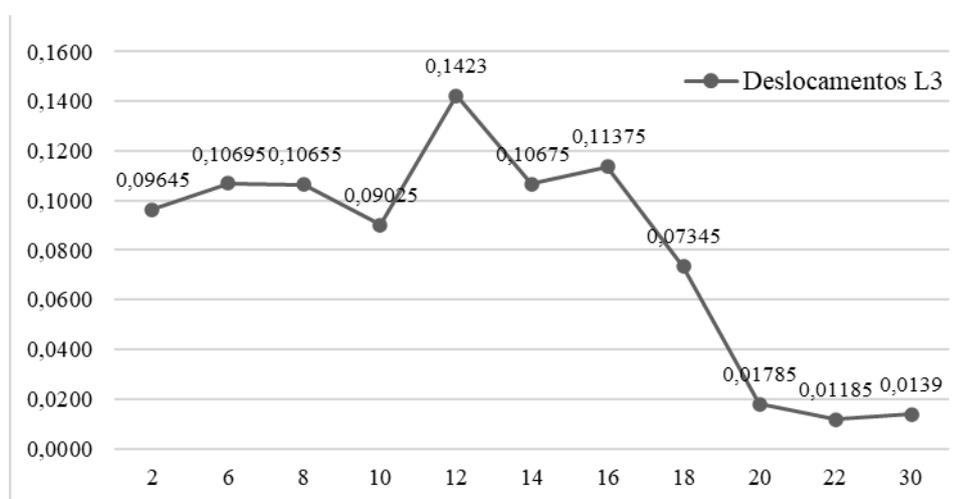


Figura 10. Gráfico de deslocamento da laje 2

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Dentre os valores de deslocamentos encontrados para L3, a maior flecha se obteve ao realizar o refinamento 12x12 (0,1423 m), seguido do 16x16 (0,11375 m), a partir do

refinamento 18x18 (0,07345 m), o valor da flecha começa a decrescer e se estabiliza no refinamento 30x30 com uma flecha de 0,0139 m.

A Tabela 5 apresenta os valores encontrados para os referenciais analíticos, obtidos a partir dos cálculos das flechas realizados para a Laje 3, considerando a adoção de diferentes tipos de apoio, e do método de ábaco por vinculações de lajes. Tais valores foram comparados com o valor encontrado para o deslocamento obtido por meio do refinamento da malha.

Tabela 5. Referenciais analíticos para Laje 3

Laje 3			
Equação	Cálculo adotado	Wmax (m)	Erro (%)
Eq.1	Ábacos de vinculação das lajes	0,00480	189,58%
Eq.2	Laje bi apoiada	0,01327	4,72%
Eq.3	Laje apoiada e engastada	0,00552	151,79%
Eq.4	Laje bi engastada	0,00265	423,58%

Fonte: Próprio Autor, (2023).

Para a Laje 3, os valores de deslocamentos máximos (Wmax) encontrados foram 0,01327 m para a laje bi apoiada, 0,00552 m para a laje apoiada e engastada, 0,00265 m para a laje bi engastada e 0,00480 m para o método dos ábacos de vinculação das lajes.

Analisando os resultados da Laje 3, pode-se observar que o valor de deslocamento máximo encontrado varia de acordo com o tipo de apoio adotado e o método de cálculo utilizado. Apenas o método da laje bi apoiada apresentou um erro percentual dentro do valor aceitável de 15,00%. Os demais métodos apresentaram erros elevados, destacando-se a laje bi engastada com um erro de 423,58%, seguido pelo método da laje apoiada e engastada com um erro de 151,79%, e pelo método dos ábacos de vinculação das lajes com um erro de 189,58%.

É importante ressaltar que valores de erro percentual acima de 15,00% indicam que os resultados obtidos pelo software não são compatíveis com os referenciais analíticos, o que pode comprometer a confiabilidade dos resultados.

CONCLUSÃO

A partir da análise dos resultados obtidos, foi possível concluir que os valores de deslocamentos obtidos por meio da malha refinada por software de grelhas equivalentes apresentaram uma variação significativa de acordo com o tipo de refinamento utilizado, mostrando que a escolha da malha é um fator importante na precisão do resultado.

Com base nos resultados apresentados, foi possível constatar que o software utilizado para análise de deslocamentos em lajes maciças obteve valores dentro dos limites estabelecidos para pelo menos um dos referenciais analíticos em todas as lajes estudadas. Na Laje 1 interligada, houve uma discrepância de 12,00% entre o valor de referência analítico considerando a laje bi apoiada e o valor gerado pelo software. No entanto, ao aplicar o método do ábaco de vinculação de lajes para a mesma laje interligada, o erro foi reduzido para apenas 4,65%. Para a Laje 2, ao empregar o método de ábacos por vinculação de lajes, o erro encontrado foi de 13,33%. Já para a L3, ao utilizar o método de cálculo considerando a laje bi apoiada, o erro foi de 4,72%. Vale ressaltar que, em nenhum dos casos, os valores de deslocamento obtidos pelo software foram próximos aos referenciais analíticos que adotaram o engaste como um dos apoios.

Em geral, pode-se concluir que o software utilizado foi capaz de gerar valores de deslocamento que atenderam pelo menos a um dos métodos de cálculo para referencial

analítico, o que demonstra sua praticidade e utilidade para estudos de análise de deslocamentos em lajes maciças. Contudo, é preciso ressaltar que o software necessita de melhorias e da inclusão de mais dados, como o tipo de apoio adotado, para obter dados de deslocamentos mais precisos e confiáveis para o dimensionamento estrutural de lajes.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, F. J. C. **Método de grelhas equivalentes na análise de lajes**. 2010. 53 f. Monografia (Especialização em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2010.

ARAÚJO, J. M. Curso de Concreto Armado. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 – Projeto**

AZEVEDO, Álvaro FM. Método dos elementos finitos. Faculdade de Engenharia da universidade do Porto, v. 1, n. 7, 2003.

de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

DONIN, C., DUTRA, C., RIZZATTI, E., GOMES, H. B. **O método dos elementos finitos na análise de lajes nervuradas**. II Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2007.

ELOY, Luiz. **Métodos dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. Elsevier Brasil, 2011.

FARDIN, Hedelvan Emerson. **Análise de modelos de cálculo de flecha em lajes de concreto armado**. 2017.

FARIA, Marcel Poeta. **Estruturas para edifícios em concreto armado: análise comparativa de soluções com lajes convencionais, lisas e nervuradas**. 2010.

FAVA, Guilherme Coelho et al. Análise Numérica Utilizando o Método das Grelhas e Elementos Finitos. **Revista de Engenharia e Pesquisa Aplicada**, v. 6, n. 1, p. 73-83, 2021.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos**. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2009.

GELATTI, F. **Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado: modelagem por elementos finitos de barra**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

GIONGO, I.; SANTOS, P. F.; JESUS, A. M. **Análise de lajes através da analogia de grelhas equivalentes**. **Revista Engenharia Civil**, v. 11, n. 1, p. 1-10, 2016.

HUTTON, David V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. 1. ed. The McGraw-Hill, 2004.

JUNIOR, Andrew Cass; CHUST, Roberto Carvalho. Programa livre para análise de grelhas de concreto. **Interação-Revista de Ensino, Pesquisa e Extensão**, v. 15, n. 15, p. 58-78, 2013.

LATHA, M. S.; PRATIBHA, K. Analysis and comparison of conventional slab and grid slab for symmetric and asymmetric structures. **Materials Today: Proceedings**, v. 46, p. 1860-1869, 2021.

LEITE, Gabriela Borim et al. Estudo dos critérios de parametrização do modelo de grelha para o cálculo de lajes maciças de concreto armado. 2017.

LONGO, L. F. **Analogia de grelha para lajes em concreto armado**. Alto Qi. Eberick. Disponível em <://suporte.altoqi.com.br/hc/pt-br/articles/360003164693-Analogia-de-grelha-para-lajes-em-concreto-armado>. Acesso em: janeiro de 2023.

LOPES, L. F. M. et al. **Análise de lajes nervuradas em concreto armado pelo método dos elementos finitos.** Concreto e Construções, v. 96, p. 40-45, 2019.

LOTTI, C. F. **Método dos Elementos Finitos Aplicado à Análise Estrutural.** 2. ed. Florianópolis: Departamento de Engenharia Civil - UFSC, 2006.

MARANHÃO, D. M.; FRANÇA, T. C. S. **Análise de lajes utilizando o método das grelhas equivalentes.** In: **Seminário de Engenharia Civil da UFPA**, 2009. Anais.

MELO, Anthony Matheus Cavalcante de et al. **Estudo comparativo entre o método de cálculo simplificado, analogia de grelhas e método dos elementos finitos, na análise estrutural de lajes maciças de concreto armado.** 2022.

PINHEIRO, L. M, et al. **Tabelas de vigas: deslocamentos e momentos de engastamento perfeito.** São Carlos: EESC-USP, 2010.

RAFAELI, Matheus. **Dimensionamento de lajes lisas: análise comparativa da obtenção dos esforços pelo método elástico aproximado e pelo método de elementos finitos.** 2020.

REIS, Eduardo Martins dos et al. **Análise de pavimentos de edifícios utilizando a analogia de grelha.** 2007.

RODRIGUES JUNIOR, Claudio; MALUF FILHO, William Manjud. **Estudo matemático dos elementos finitos utilizados em cálculo estrutural.** In: **IX Simpósio de Iniciação Científica, Didática e de Ações Sociais da FEI**, São Bernardo do Campo, 2019. Departamento de Engenharia Mecânica, Centro Universitário

RODRIGUES, T. S. et al. **Análise de lajes em concreto armado por meio da analogia de grelhas.** Revista de Tecnologia e Ambiente, v. 26, p. 152-164, 2020

SABAH, Ragib; ÖZTORUN, Namik Kemal; SAYIN, Baris. **Development of YAY2020, an FEA program with full-size stiffness matrix for static analysis of high-rise buildings: A comparison with SAP2000.** **Case Studies in Construction Materials**, v. 17, p. e01576, 2022.

SANTOS, E. R. et al. **Análise de estruturas por meio da analogia de grelhas.** In: **Encontro Nacional de Engenharia Civil**, 19., 2018, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: UFRJ, 2018.

VARELLA, A. M. A.; FIGUEIREDO, M. A. S.; LIMA, L. R. S. **Análise de deslocamentos em lajes por meio do método de analogia de grelhas equivalentes.** Revista Eletrônica de Engenharia Civil, v. 27, p. e20190961, 2020. DOI: 10.5216/reec.v27.59891.

WU, J.; WANG, S. **Nonlinear analysis and control of prestressed concrete structures.** **Advances in Structural Engineering**, v. 23, n. 8-9, p. 1792-1811, 2020.