

# AValiação DO COLAPSO PROGRESSIVO DE ESTRUTURAS ATRAVÉS DA MECÂNICA DO DANO

Amanda Afonso Ferreira<sup>1</sup>  
Danielle de Castro<sup>1</sup>  
Wanderlei Malaquias Pereira Junior<sup>2</sup>  
Marcel Willian Reis Sales<sup>3</sup>  
Charles Myller Pereira Batista<sup>4</sup>

## RESUMO

Este trabalho trata de uma contribuição para análise numérica de dano em estruturas de concreto armado, utilizando modelos constitutivos baseados na mecânica do dano contínuo. A pesquisa expõe uma análise paramétrica de fatores como geometria, de diferentes elementos estruturais, em um pórtico de concreto armado, pórtico o qual foi apresentado por Vecchio e Emara (1992). Para tanto será utilizado à versão unidimensional do modelo de dano proposto por Pituba e Fernandes (2011). Procurando assim contribuir e agregar conhecimento a esse ramo da engenharia de estruturas.

**Palavras-chaves:** Modelo de Dano, Pórtico de Concreto Armado.

## ABSTRACT

This paper is a contribution to numerical analysis of damage in reinforced concrete structures using constitutive models based on mechanics of continuous damage. The research exposes a parametric analysis of factors such as geometry, of different structural elements, in a reinforced concrete porch, porch which was presented by Vecchio and Emara (1992). For both will be used on the one-dimensional version of the proposed damage model for Pituba and Fernandes (2011). Looking to contribute and add knowledge to this branch of engineering structures.

**Keywords:** model of damage, reinforced concrete Porch.

---

<sup>1</sup> Graduado - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, Goiás.

<sup>2</sup> Professor - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, Goiás.

<sup>3</sup> Professor - Faculdade Araguaia, Goiânia, Goiás.

<sup>4</sup> Graduando - Universidade Paulista, Goiânia, Goiás.

## INTRODUÇÃO

É de fundamental importância o conhecimento do comportamento mecânico das estruturas de uma maneira geral, principalmente da lei constitutiva do material. Para tanto ao longo do desenvolvimento da engenharia estrutural surgiu a necessidade de um estudo mais detalhado do comportamento destes materiais. Logo vários modelos de estudo foram desenvolvidos para que se possa prever o comportamento do concreto em uma estrutura quando submetida a diversos tipos de carregamentos. Dentre estes podemos destacar algumas técnicas como a Teoria da Elasticidade, Modelos de Dinâmica, Mecânica do Dano, Plasticidade e Mecânica da Fratura.

Kachanov (1958, *apud* PITUBA, 1998) foi pioneiro na formalização da Mecânica do Dano Contínuo e buscou formular modelos de ruptura para metais durante um período de deformação lenta.

A mecânica do Dano se tornou uma ferramenta de grande importância no âmbito de engenharia estrutural, principalmente quando se fala em concreto armado e modelagem de peças desse material. Dentre os modelos de dano para concreto destaca-se o modelo de Mazars (1984), que embasado em uma parametrização simples conseguiu modelar o comportamento não linear do concreto simples e armado.

O objetivo deste trabalho é estudar uma versão unidimensional do modelo de dano proposto por Pituba e Fernandes (2011) aplicando-o em estruturas de concreto armado, utilizando, para tanto, o modelo de pórtico proposto por Vecchio e Emara (1992). Será observada, assim, a influência dos parâmetros de dano do modelo de Pituba e Fernandes (2011) na resposta do pórtico em questão, como também a influência da geometria das peças do pórtico de concreto armado.

Com este trabalho pretende-se entender algumas questões sobre o colapso progressivo nas estruturas de concreto armado, por meio de modelos numéricos, como a Mecânica do Dano.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### *Conceitos básicos para análise de estruturas*

Segundo Silva (2012), a não-linearidade física (NLF) é uma propriedade característica que provoca a perda de rigidez dos materiais dos elementos estruturais, cujo comportamento refere-se as tensões e deformações. A rigidez é determinada a partir da seção transversal,

variação da quantidade e disposição das ferragens, e grau de solicitação das relações constitutivas dos materiais.

A não-linearidade geométrica (NLG) é considerada como uma relação não-linear entre deformações e deslocamentos, cujos efeitos são oriundos da mudança de posição da estrutura no espaço. Esses efeitos podem ser determinados a partir de uma análise considerando a estrutura na sua configuração final de equilíbrio (SILVA, 2012).

Neste trabalho o modelo de Dano apesar de não ser utilizado como metodologia normativa para dimensionamento de peças é caracterizado pelo estudo de uma não-linearidade física, advinda do processo de microfissuração do concreto.

#### *Processo de microfissuração do concreto armado*

O concreto possui, em sua macroestrutura, dois constituintes que são considerados principais: a pasta de cimento endurecido e as partículas de agregado graúdo. Ao analisar a estrutura do concreto através de um microscópio, é possível observar três zonas bastante diferenciada, onde se verifica o agregado graúdo, zona de transição e a pasta de cimento.

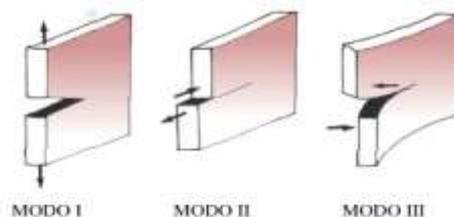
Na análise da microestrutura do concreto é de grande importância destacar a zona de transição do concreto, que é responsável pela baixa resistência ao esforço de tração e assim capaz de influenciar de forma negativa todos os comportamentos mecânicos que tenham envolvidos esforços de tração.

Segundo Vieira (2008) a zona de transição pode ser definida como a área de maior porosidade e heterogeneidade. Quando o concreto é carregado nas primeiras idades ocorre-se com mais facilidade a microfissuração. Com o tempo a região porosa é preenchida com produtos de hidratação e as fissuras passam a se propagar pela camada de hidróxido de cálcio, sobre o concreto.

De acordo com Mehta e Monteiro (1994), não são necessários níveis elevados de energia para estender as fissuras já existentes na zona de transição. Mesmo com tensões de 40 a 70 % da resistência última, já são obtidos grandes incrementos de deformação por unidade de força aplicada.

Segundo Guello (2002), é importante definir os modos de abertura de uma fissura para entender o processo de microfissuração na estrutura. O modo I é caracterizado por um esforço de tração uniaxial com a fissura se desenvolvendo em um plano perpendicular ao do carregamento, no modo II existe um escorregamento entre as faces da fissura provocada por

um esforço cisalhante aplicado na direção paralela ao defeito e o modo III também é caracterizado pelo escorregamento entre as faces da fissura, mas o esforço cisalhante é aplicado na direção perpendicular à da fissura. Como mostra a Figura 1. Todos os processos de microfissuração vão ser governados por um desses tipos de abertura.



**Figura 1 - Modos de sollicitações de uma fissura.**

Fonte: Botta (1998)

Inicialmente quando é aplicado um carregamento na estrutura de concreto, existe uma fase onde ocorre o afastamento das macromoléculas resultante das deformações, onde as fissuras iniciais permanecem estáveis e as deformações são reversíveis. Após esse limite onde as deformações não são mais reversíveis, onde denominando fronteira elástica ou limite elástico, a peça passa a se comportar como um material plástico onde as deformações não se recuperam de maneira integral e mesmo que o sólido seja descarregado, este irá permanecer com deformações permanentes. O limite elástico para o concreto é baixo, por isso é nomenclatura de material frágil.

### *Introdução a Mecânica do Dano*

#### *Definição*

Mecânica do Dano Contínuo é uma ferramenta numérica para análise da deterioração dos materiais devido ao processo de microfissuração, que quando submetidos a carregamentos ou ações da natureza, constitui-se da resposta não-linear dos mesmos por apresentar redução das propriedades de resistência e rigidez.

Segundo Pituba (2009), a mecânica do dano contínuo permite descrever os microprocessos heterogêneos envolvidos durante o processo de deformação de materiais na macro escala. Os processos de danificação correspondem à localização e acumulações de deformações que são de caráter irreversível.

Ainda segundo Pituba (2009) o conceito de dano foi fundamentado nos princípios gerais da termodinâmica, usado inicialmente para analisar e descrever, em regime de ruptura, o

comportamento de metais submetidos a carregamentos, seguindo uma linha de combinação de conceitos e métodos.

Se tratando do concreto, material que pode apresentar microfissuração em várias regiões quando submetidos a carregamentos, podendo ser considerada contínua iniciando com baixas tensões ou deformações, a mecânica do dano é capaz de proporcionar a formulação de modelos realistas e apropriados.

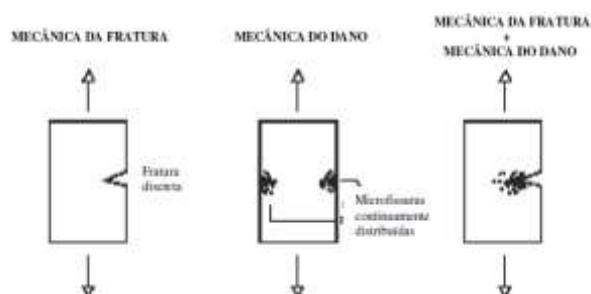
#### *Mecânica do dano versus mecânica da fratura*

É importante lembrar que há diferenças entre a Mecânica do Dano e a Mecânica da Fratura. Enquanto a Mecânica do Dano leva em consideração a resposta não-linear do material carregado e o processo de microdefeitos continuamente distribuídos que se desenvolvem antes da formação de fissuras discretas, a mecânica da fratura lida com o comportamento do material e efeitos da propagação de uma fissura à níveis macroscópicos, usando métodos analíticos para calcular as forças atuantes nas trincas e calcular a resistência do material a fratura. Para o concreto a mecânica da fratura pode ser utilizada para dimensionar projetos estruturais, verificando como o tamanho do elemento estrutural influencia a capacidade de carga do mesmo. Já a Mecânica do Dano analisa e descreve o material danificado a partir do processo de microfissuração e sua evolução. A Figura 2 ilustra a diferença dos métodos.

#### *Breve histórico sobre o estudo da mecânica do dano.*

Para estudar a ruptura relacionada à deformação dos metais Kachanov (1958 *apud* PITUBA, 1998) introduziu as primeiras ideias ao estudo do dano em meios contínuos.

Segundo Pituba (2009), o primeiro trabalho que introduziu o conceito de Dano Contínuo foi elaborado por Kachanov (1958), que surgiu do interesse em modelar o efeito da fissuração distribuída na ruptura do tipo frágil observada em metais, após um período de deformação lenta.



**Figura 2 - Mecânica do dano e mecânica da fratura**

Fonte: Botta (1998)

Vários outros trabalhos surgiram a partir de então como Broberg (1974), Lemaitre e Chaboche (1978), Papa (1990). Segundo Guello (2002), existem modelos que se destacam quanto ao estudo do dano, como: Simo e Ju (1987), Tai (1990), Hai E Mou (1993), que estudaram sobre o dano em materiais dúcteis, Mazars (1984) que elaborou método sobre o dano em estruturas de concreto armado e Flores-López (1993) que tratou do dano em pórticos de concreto.

Ainda segundo Guello (2002), os modelos de dano podem ser classificados como escalares, que são mais simples e tem vantagem de um número reduzido de parâmetros e anisotrópicos onde a variável de dano é uma grandeza tensorial.

### *Introdução a Mecânica do Dano*

Os conceitos da Mecânica são baseados nos conceitos de tensão efetiva e tensão real. Nos tópicos abaixo são definidas as variáveis de dano e seus princípios de equivalência para formalização do modelo.

### *Variável de dano em meios contínuos*

Considere-se um corpo de comprimento inicial  $L$  e seção transversal com área  $S_1$ . Admite-se que o corpo esteja sob ação de uma força de tração  $F$ , sofrendo assim um alongamento  $\delta$ . Considerando-se que o sistema se comporte de forma homogênea e que o meio esteja sem fissuração, a relação tensão versus deformação é representada pelas equações (2.1) e (2.2).

$$\sigma = \frac{F}{S_1} \quad (2.1)$$

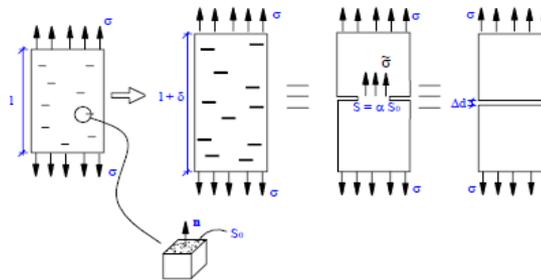
$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \quad (2.2)$$

Considera-se que o material constituinte do sólido, no seu estado real, apresenta um estado fissurado e, portanto, de forma generalizada essas fissuras contribuem para a variação do comprimento inicial com um valor  $\Delta d$ . Como consequência disso, as equações (2.1) e (2.2) são alteradas para suas formas efetivas, expressas a seguir:

$$\sigma_e = \frac{F}{S_e} \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_e = \frac{\delta - \Delta d}{L} \quad (2.4)$$

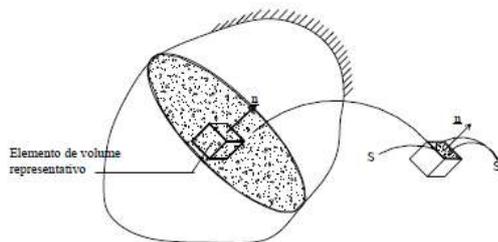
A Figura 3 apresenta uma explicação gráfica do equacionamento.



**Figura 3 - Sólido representativo com modelo de tensões e deformações.**

Fonte: Pituba (2003).

Do sólido em questão extrai-se um elemento de volume representativo, porém esse elemento deve ser grande o suficiente para representar a distribuição homogênea ao longo do mesmo, e simultaneamente pequena o suficiente para representar um ponto material do contínuo. Na Figura 4 é possível observar tal sólido.



**Figura 4 - Elemento sólido do qual é extraído o volume representativo.**

Fonte: Pituba (2003).

Com as considerações acima é possível admitir que as funções que representam os fenômenos nesse elemento sejam contínuas. Sendo que a área S de uma das faces do elemento é definida por um plano cujo vetor normal tem a direção  $\vec{n}$  conforme a Figura 4. As

microfissuras e microdefeitos que contribuem para o dano existente nessa seção têm formas e direções quaisquer. Para o plano em questão há uma área  $S_d$  que é a parcela de área que contribui efetivamente para a resistência do elemento. Logo, pode-se definir a área com defeitos como:

$$S_0 = S - S_d \quad (2.5)$$

Segundo, Lemaitre e Chaboche (1984) e Lemaitre (1985 apud PITUBA, 1998) chega-se em:

$$D_n = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{S_0}{S} \quad (2.6)$$

Este modelo representa uma medida local de Dano. A variável  $D_n$  assume valores no seguinte intervalo de  $0 \leq D_n \leq 1$ , onde  $D_n = 0$  para situações da qual o material se encontra íntegro e  $D_n = 1$  nas situações em que se tem a completa danificação do elemento.

Para que esse dano seja considerado anisotrópico, os valores de  $D_n$  devem variar de acordo com a direção do versor  $\vec{n}$ , agora para considerações de dano isotrópico a variável  $D_n$  deve também possuir valores equivalentes independente da direção do versor  $\vec{n}$ , representando uma distribuição uniforme de microfissuras e microdefeitos ao longo do elemento em análise.

#### *Definição da variável de dano pelo principio da equivalência*

A escrita das leis constitutivas pode ser guiada de três maneiras: através do princípio de equivalência de deformações, tensões ou energia. Estes princípios servem para a escrita dos modelos de danificação em um meio íntegro equivalente a um meio fissurado.

Fazendo a mesma analogia de área efetivamente resistente, para o conceito de tensões, pode-se obter a tensão efetivamente resistente do sistema. Para consideração de dano isotrópico, a medida de  $D$  é uma variável escalar do problema, obtendo-se:

$$S_d = S - S_0 = S (1 - D) \quad (2.7)$$

Aplicando agora o conceito de tensão efetiva chega-se a:

$$\sigma_e = \frac{F}{S_d} = \frac{\sigma}{(1 - D)} \quad (2.8)$$

Em um segundo tipo de modelagem de dano, que considera a proporção de alongamento relativa aos defeitos e o alongamento total, define-se a equação (2.9):

$$D^* = \frac{\Delta d}{\delta} \quad (2.9)$$

Levando em conta a nova variável, pode-se deduzir a equação de deformação dada por:

$$\varepsilon_e = (1 - D^*)\varepsilon \quad (2.10)$$

Conforme a Figura 10 parte-se da hipótese básica de que o volume do material danificado é o mesmo para as situações de deformação equivalente e tensão equivalente, logo a variável de Dano pode ser definida como  $D = D^*$ , obtendo-se a equação (2.11) de tensão efetiva.

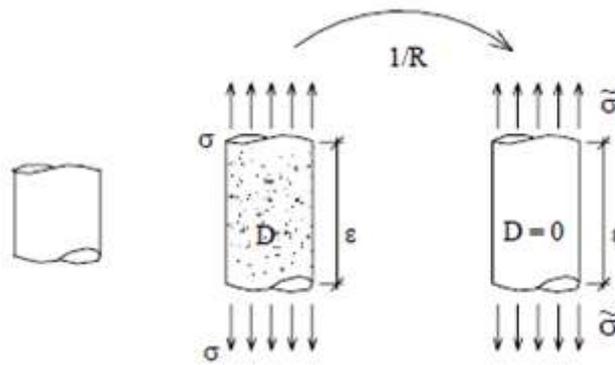
$$\sigma_e = E\varepsilon_e \quad (2.11)$$

#### 1) Equivalência de deformação efetiva e nominal

Segundo Lemaitre e Chaboche (1990), pela a hipótese da equivalência de deformações “o estado de deformação de um material com dano é obtido da lei de comportamento do material íntegro onde a tensão nominal é substituída pela tensão efetiva”.

Para uma análise mais complexa do problema a variável de Dano ( $D_n$ ) seria definida em função da direção do vetor  $\vec{n}$ , transformando a tensão efetiva em um tensor de tensões.

De acordo com Guello (2002) o estado de deformação unidimensional ou tridimensional de um material com dano é obtido da lei do comportamento do material íntegro, cuja tensão nominal é substituída pela tensão efetiva, conforme representação da Figura 5.



**Figura 5 - Conceito de deformação equivalente.**

Fonte: Pituba (1998).

Observa-se que as Figuras obtidas de Pituba (1998, 2003), as expressões  $\tilde{\epsilon}$  e  $\tilde{\sigma}$  são referências às tensões e às deformações efetivas e neste texto tensão e deformações efetivas são representadas com o sub-índice *e*. Outra consideração importante diz respeito ao módulo de elasticidade íntegro que em Pituba (1998, 2003) e Guello (2002), são representados como  $E_0$  e neste trabalho são representados apenas como  $E$ .

Considerando o princípio da equivalência, igualam-se as deformações efetiva e nominal:

$$\epsilon_e = \epsilon \quad (2.12)$$

$$\sigma_e = E\epsilon \quad (2.13)$$

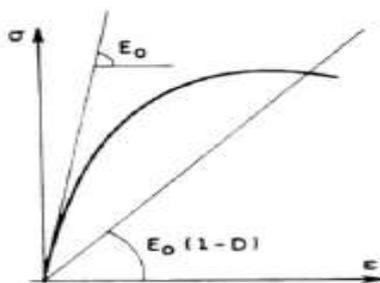
Escreve-se então, a partir da equação (2.13), a equação (2.14) que vem da substituição da tensão efetiva descrita na equação (2.8):

$$\sigma_e = E\epsilon \Rightarrow \frac{\sigma}{(1-D)} = E\epsilon \therefore \sigma = (1-D)E\epsilon \quad (2.14)$$

Da expressão (2.14) obtêm-se uma relação que define o módulo secante de rigidez elástica  $E_e$  para um meio contínuo de reposta equivalente ao meio deteriorado.

$$E_e = (1-D)E \quad (2.15)$$

Onde este novo valor de  $E_e$  representa o módulo de elasticidade após a danificação do material. A variação deste novo módulo pode ser observada na Figura 6.



**Figura 6 - Esboço da variação do módulo de elasticidade de um material que apresenta danificação.**  
 Fonte: Guello (2002).

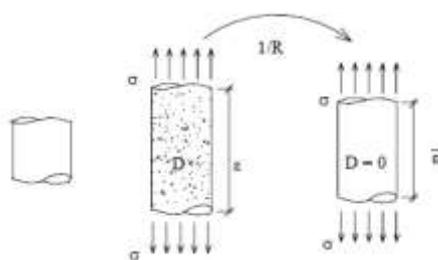
A variável de Dano é representada pela equação (2.16):

$$D = 1 - \frac{E_e}{E} \quad (2.16)$$

2) Equivalência de tensão efetiva e nominal

Pelas teorias de Lemaitre e Chaboche (1990), a hipótese da equivalência de tensões é definida da seguinte forma: "o estado de tensão associado a um meio danificado é obtido da lei de comportamento do material íntegro em que a deformação nominal é substituída pela deformação efetiva". Igualando as tensões efetivas e tensões nominais ( $\sigma = \sigma_e$ ), chega-se à equação (2.17):

$$\sigma = E \varepsilon_e \Rightarrow \sigma = E \varepsilon (1 - D) = (1 - D) E \varepsilon \quad (2.16)$$



**Figura 7 - Conceito de tensão equivalente.**  
 Fonte: Pituba (1998)

Analisando as equações (2.32) e (2.35) pode-se perceber que as hipóteses de equivalência de tensão e de deformação chegam à mesma definição de variável de danificação escalar.

### 3) Equivalência de energia

Igualando a energia equivalente efetiva elástica à energia equivalente nominal elástica ( $\sigma_e \varepsilon_e = \sigma \varepsilon$ ), a tensão nominal passa a ser escrita segundo a equação (2.18).

$$\sigma_e = E \varepsilon_e \Rightarrow \frac{\sigma}{(1-D)} = E \varepsilon (1-D) \therefore \sigma = (1-D)^2 E \varepsilon \quad (2.18)$$

Chegando a um novo valor da variável de Dano, mostrado na equação (2.19).

$$D = 1 - \left( \frac{E_e}{E} \right)^{1/2} \quad (2.19)$$

As hipóteses de equivalência apresentadas e suas consequências sobre relações constitutivas resultantes no caso uniaxial, podem ser generalizadas para casos multiaxiais, permitindo relacionar tensores de segunda ordem de tensão e de deformação por meio de um tensor constitutivo de rigidez secante elástica com dano (PITUBA, 2003).

Assim pode-se obter o tensor geral de rigidez em meio danificado, que é representado pela equação (2.20):

$$E = (II - D) \cdot E_0 \cdot (II - D)^T \quad (2.20)$$

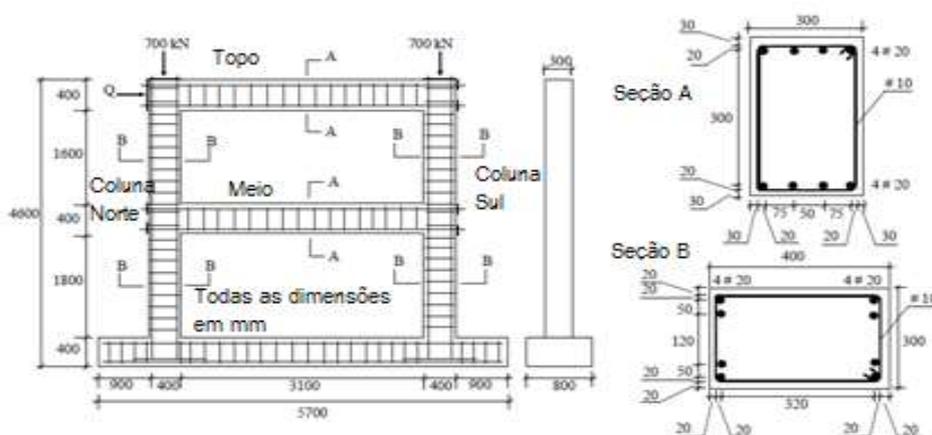
Nota-se, finalmente, que as formas gerais que permitem contemplar a anisotropia induzida pela danificação podem ser consideradas (PITUBA, 2003). Observando que o Tensor dado na equação (2.20) possui completa simetria.

## METODOLOGIA

Para essa análise de dano, foram aplicadas as variáveis encontradas no trabalho de Pituba e Pereira Junior (2014).

O modelo numérico embasado foi o pórtico originalmente ensaiado em Vecchio e Emara (1992). O concreto utilizado na confecção do mesmo tem módulo de elasticidade  $E_c = 30400 \text{ MPa}$ . O aço possui  $E_a = 192500 \text{ MPa}$ , tensão de início de plastificação de 418 MPa e tensão última de 596 MPa. Ainda para o aço, adotou-se um modelo elastoplástico-bilinear com um módulo de elasticidade reduzido no segundo trecho:  $E_{a2} = 0,009 E_a$ .

No ensaio experimental proposto por Vecchio e Emara (1992) inicialmente aplica-se uma força axial total de 700 kN em cada coluna, mantida então constante durante toda a aplicação da força lateral. Esta força foi aplicada em estágios até a capacidade última do pórtico ser atingida, maiores detalhes encontram-se em Vecchio e Emara (1992). As características geométricas do pórtico, assim como a distribuição das armaduras estão ilustradas na Figura 8.

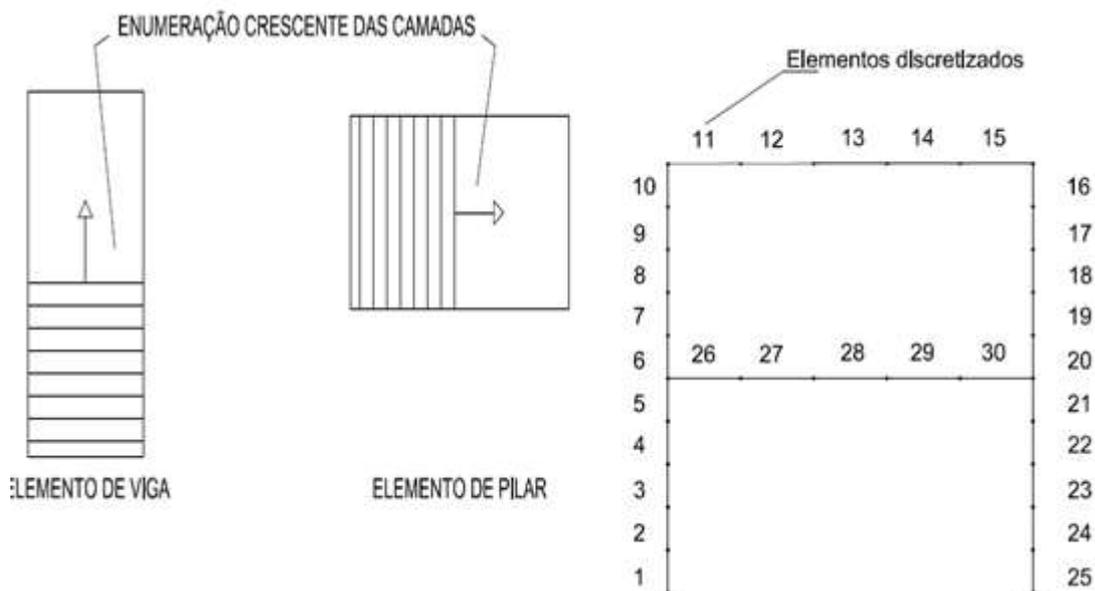


**Figura 8 - Modelo geométrico do pórtico.**

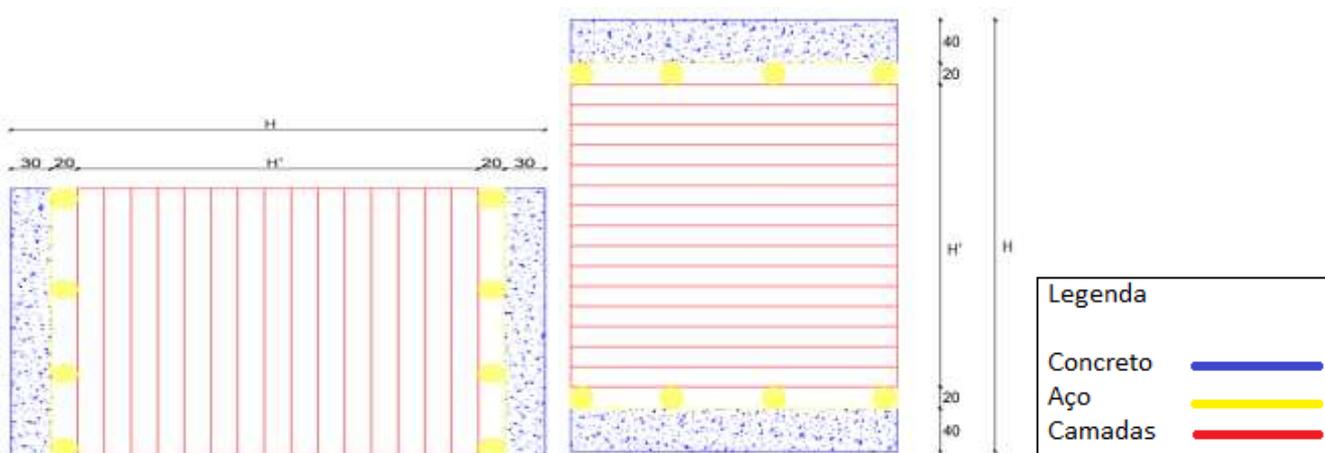
Fonte: Proença (2000) e Pituba (2003)

O trabalho proposto por Pituba e Pereira Junior (2014) apresenta uma comparação entre o modelo experimental de Vecchio e Emara (1992) e o modelo numérico de dano desenvolvido por Pituba e Fernandes (2011) onde foi verificado que o modelo de dano apresentou um comportamento semelhante ao modelo experimental principalmente em trechos iniciais e medianos de carregamento.

A malha de elementos finitos utilizada trabalha com discretização de elementos finitos em barras e seção transversal estratificada. A malha longitudinal foi dividida em 30 elementos sendo que tanto para vigas e pilares a seção foi estratificada em 19 camadas, sendo que duas camadas representam a área de aço nas seções e estão localizadas segundo o baricentro das armaduras, como mostra a Figura 9.



**Figura 9 - (a) Modelo de discretização da seção transversal (b) Modelo de discretização dos Elementos**  
 Esta malha de elementos finitos já foi testada em trabalhos anteriores como de Proença (2000), Pituba (2003) e Pituba e Pereira Junior (2014). As camadas são discretizadas de acordo com a Figura 10.



**Figura 10 - (a) Discretização pilar (esquerda); (b) Discretização Viga (direita).**

Portanto o mesmo procedimento de análise experimental foi repetido para uma análise numérica.

Os parâmetros do modelo de dano sugeridos por Pituba e Pereira Junior (2014) para o concreto são descritos na Tabela 1. Para maiores detalhes da comparação do modelo numérico e experimental verificar em Pituba e Pereira Junior (2014).

**Tabela 1 - Parâmetros propostos para modelo de dano.**

	<b>Tensão</b>	<b>Compressão</b>
Y <sub>o</sub> (MPa)	0,72x10 <sup>-4</sup>	0,17x10 <sup>-2</sup>
A	49	0,3
B (mm <sup>2</sup> /N)	6560	5,13
β (MPa)	1x10 <sup>-6</sup>	1x10 <sup>-3</sup>

Fonte: Elaborado pelos autores

Para tanto inicialmente o modelo proposto foi comparado ao modelo experimental para verificar a aplicabilidade conforme o mesmo teste realizado por Pituba e Pereira Junior (2014), verificando que o mesmo convergiu da mesma maneira. A Figura 11 apresenta o resultado obtido a partir dessa simulação.

Utilizou-se um código de elementos finitos com mecânica do dano, descrito na linguagem de programação Fortran para gerar os resultados.

Para a realização dos ensaios a variável de dano foi mantida fixa durante todas as simulações e avaliou-se a parametrização da geometria, utilizando os valores informados na Tabela 2, que apresenta as variações de altura, dos elementos estruturais, considerando a mesma base para todos.

**Tabela 2 - Variação de altura sobre base.**

<b>H</b>	<b>Mudança de Altura</b>	
	<b>B</b>	<b>H/B</b>
450	300	1,50
500	300	1,66
550	300	1,83
600	300	2,00

Fonte: Elaborado pelos autores

A primeira análise paramétrica foi realizada verificando a influência no comportamento do pilar quando a relação h/b é alterada para valores inferiores e superiores ao valor do ensaio padrão.

O mesmo procedimento foi repetido para o elemento viga, utilizando os mesmos valores indicados na Tabela 2 a fim de verificar que tipo de elemento tem maior influência sobre o deslocamento do sistema do pórtico de concreto.

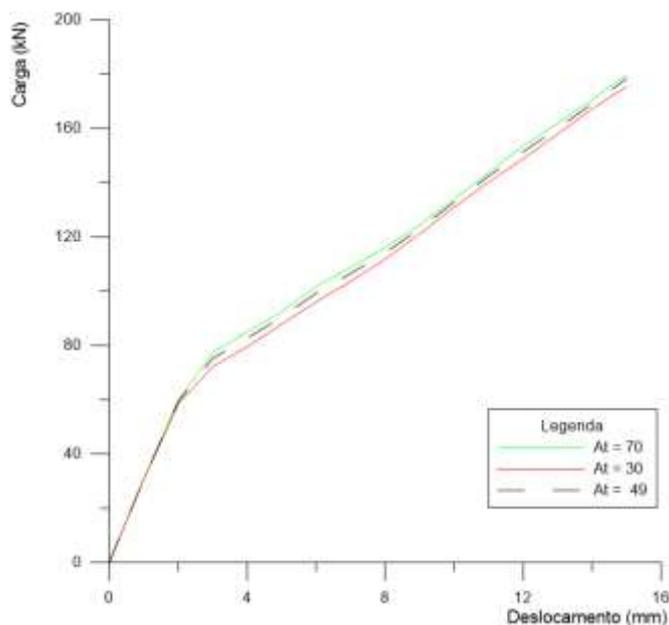
Para a segunda análise foi realizado uma comparação entre viga, pilar e modelo original, verificando o comportamento da estrutura quando a relação h/b, é fixada para a mesma estrutura.

A terceira análise paramétrica é realizada comparando a evolução do dano na décima nona camada do elemento 3.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### *Avaliação dos parâmetros de Dano*

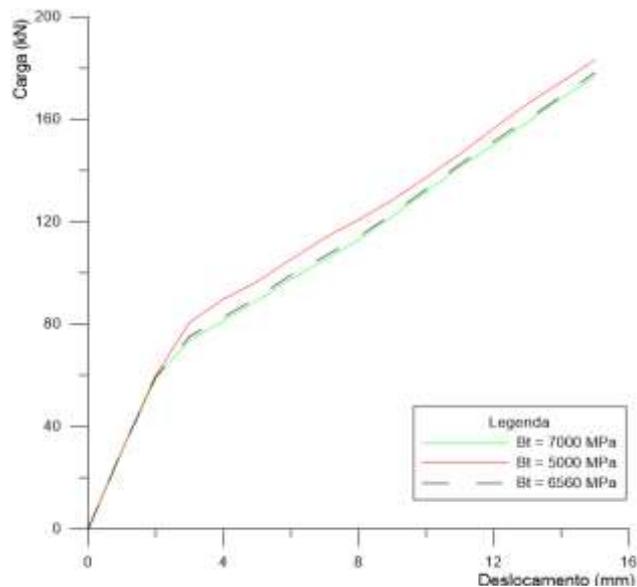
O primeiro teste realizado acompanhou uma simulação similar ao trabalho de Pereira Junior (2014), para verificar a influência do parâmetro de dano na resposta numérica do sistema. Foram verificados apenas os parâmetros a tração, pois os mesmos influenciam de maneira drástica na resposta numérica. O tensor variável  $At$  influencia o início do Dano. Onde à medida que este aumenta a peça ganha energia de deformação mudando o início do trecho de dano como mostrado na Figura 11.



**Figura 11 - Avaliação do parâmetro  $At$ .**

Fonte: Elaborado pelos autores

O tensor  $Bt$  se comporta de maneira inversa ao  $At$ . À medida que este reduz se ganha energia de deformação para o sistema. O parâmetro aqui analisado tem grande influência nas deformações após o início do dano, conforme apresentado na Figura 12.

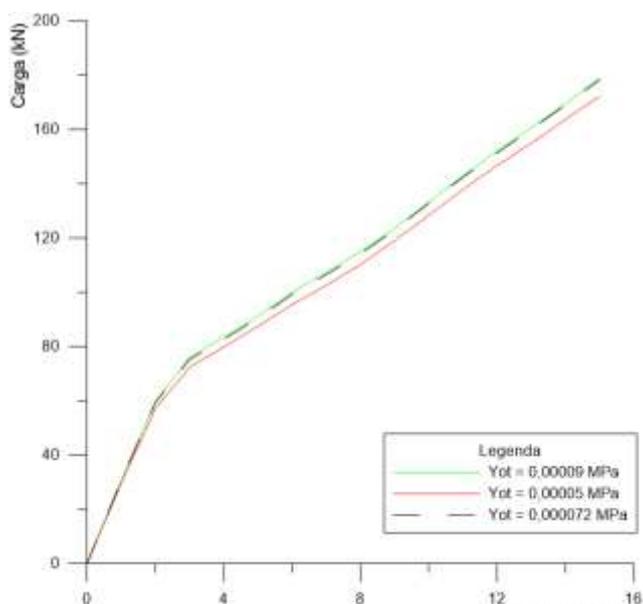


**Figura 12 - Avaliação do parâmetro  $Bt$ .**

Fonte: Elaborado pelos autores

Pituba (2003) verifica também que o parâmetro  $Bt$  também influencia na curvatura do trecho não linear.

O valor de referência  $y_{0t}$  tem pouca influência nos trechos iniciais da peça, como mostrado na Figura 13.



**Figura 13 - Avaliação do parâmetro  $Y_{0t}$ .**

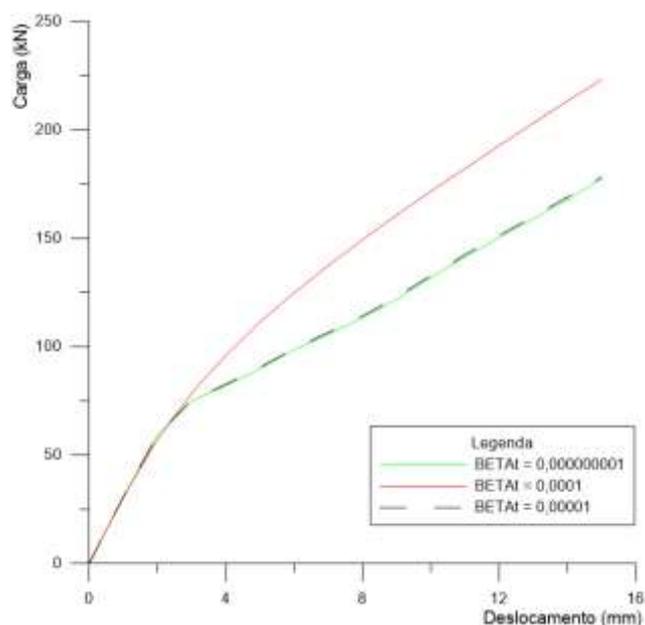
Fonte: Elaborado pelos autores

Pituba (2003) verificou que o parâmetro aqui analisado tem influência específica na tensão de pico do material.

A função de Dano  $\beta t$  é um parâmetro essencialmente visualizado em situações após o início de dano, como mostrado na Figura 14. É possível verificar que este parâmetro tem influência do trecho não linear controlando o efeito de *softening* do material.

### Testes Paramétricos

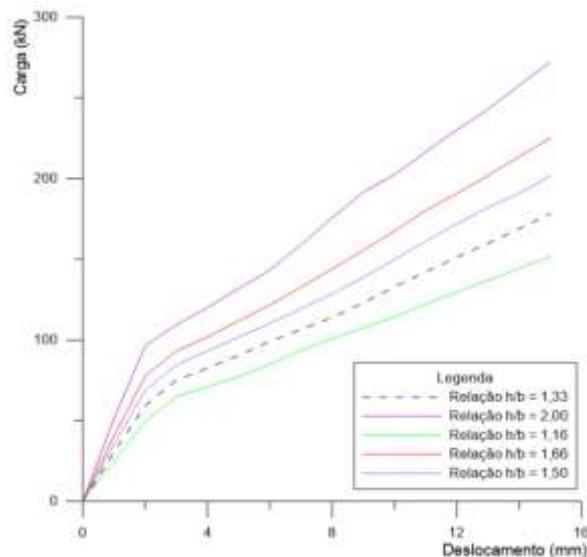
A Figura 14 demonstra o primeiro comportamento carga *versus* deslocamento testado para as variações da relação h/b para pilares.



**Figura 14 - Avaliação do parâmetro BETAt.**

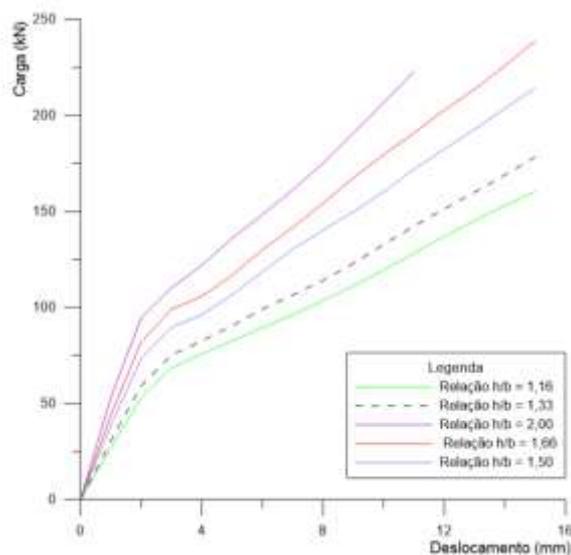
Fonte: Elaborado pelos autores

Pela avaliação da Figura 15 é possível perceber que o modelo ganha capacidade de carga à medida que é aumentado a inércia do pilar, fenômeno que é observado em situações simples de projeto de estruturas.



**Figura 15 - Comportamento carga *versus* deslocamento para pilar.**  
 Fonte: Elaborado pelos autores

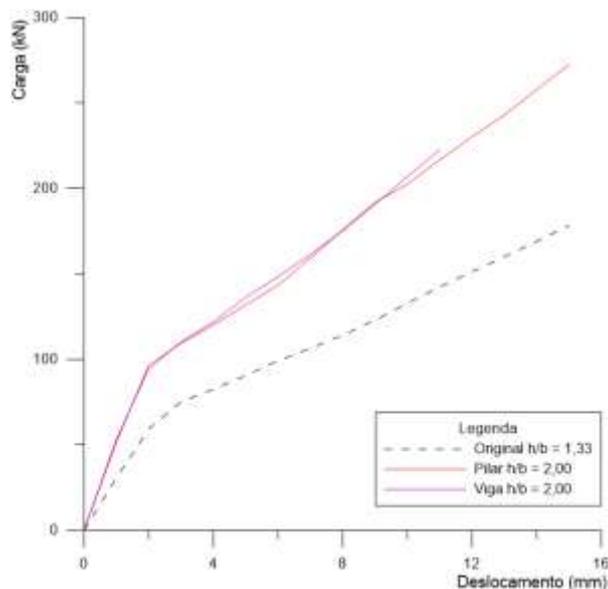
A mesma situação é verificada quando se utiliza um incremento de altura nas vigas, como mostra a Figura 16.



**Figura 16 - Comportamento carga *versus* deslocamento para viga.**  
 Fonte: Elaborado pelos autores

A segunda situação de teste verifica para a mesma relação h/b a influência dos pilares e vigas no comportamento mecânico da peça. A partir da Figura 17, pode-se concluir que para a mesma variação  $h/b = 2,00$  o pilar tem influência maior que as vigas no sistema para cargas últimas do pórtico. Mesmo que o comportamento seja similar em regiões de regime de serviço

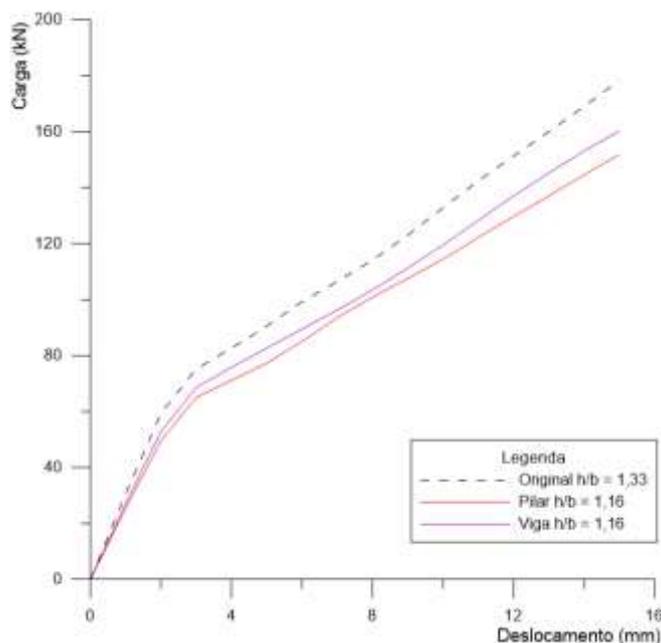
(cerca de 40% da carga última) a alteração da inércia para relações  $h/b$  superiores a 1,33 (relação do ensaio experimental), em pilares, tem grande influência na carga última do sistema.



**Figura 17 - Avaliação geométrica da peça com seção superior ao original.**

Fonte: Elaborado pelos autores

Analisando a Figura 18, pode-se observar o efeito similar ao da figura 17, onde o pilar influenciou de maneira negativa a deformação do sistema, à medida que a alteração da inércia para relações  $h/b$  inferiores a 1,33 (relação do ensaio experimental), fazendo com que o sistema tivesse menor capacidade de carga em situações limites.



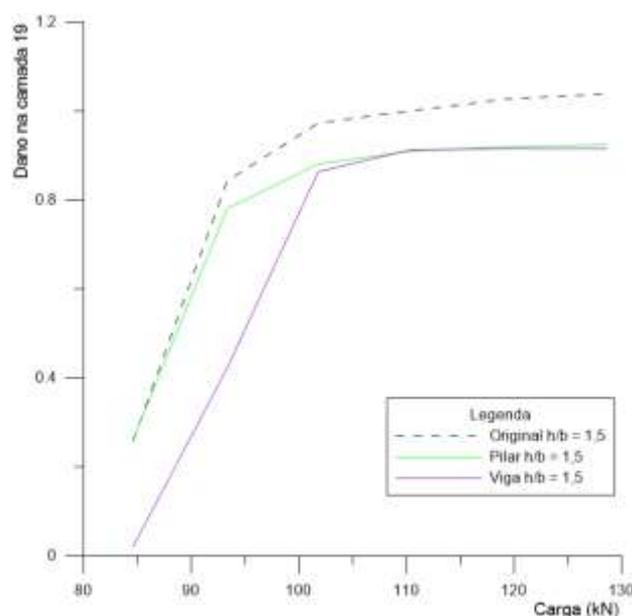
**Figura 18 - Avaliação geométrica da peça com seção inferior ao original.**

Fonte: Elaborado pelos autores

Para avaliação paramétrica do dano foram capturados os valores do mesmo na camada 20 do primeiro elemento danificado que fora identificado no relatório de dano fornecido pelo código de elementos finitos escrito em Fortran.

Na Figura 19, apresenta a variação do dano em função da carga para a relação  $h/b = 1,16$ , pode-se observar que o pilar pode ter uma maior absorção do dano devido ao aumento de inércia provocado pelo aumento de carga de início de dano. Verificou-se no gráfico que o maior dano causado quando se aplica a carga de 100,8kN, teve um aumento de 11,5% para o pilar com relação ao original e de 8,8% para a viga.

Para a relação  $h/b = 1,50$  verificou-se que em trechos iniciais de carregamento o pilar apresentou cargas menores para a mesma danificação, conseqüentemente deformações menores. Já para estágios de carregamento mais avançados a resposta dano *versus* carga é bastante similar. Observa-se também que para a maior carga de danificação na estrutura, de 128,6kN, o pilar teve uma diminuição de 10,9% com relação ao original e a viga de 11,9%.

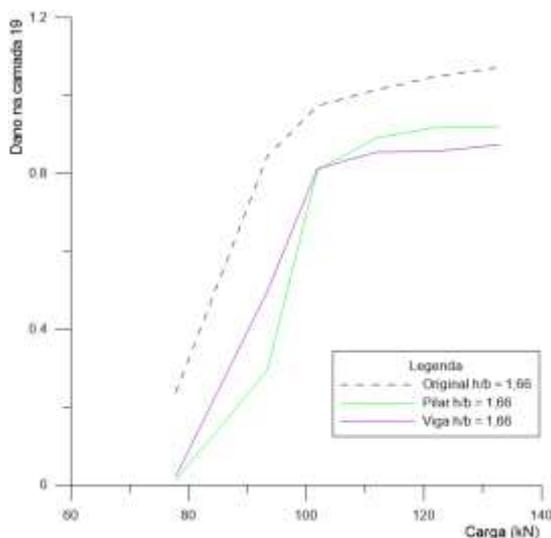


**Figura 19 - Avaliação da evolução do dano quando a relação  $h/b = 1,16$ .**

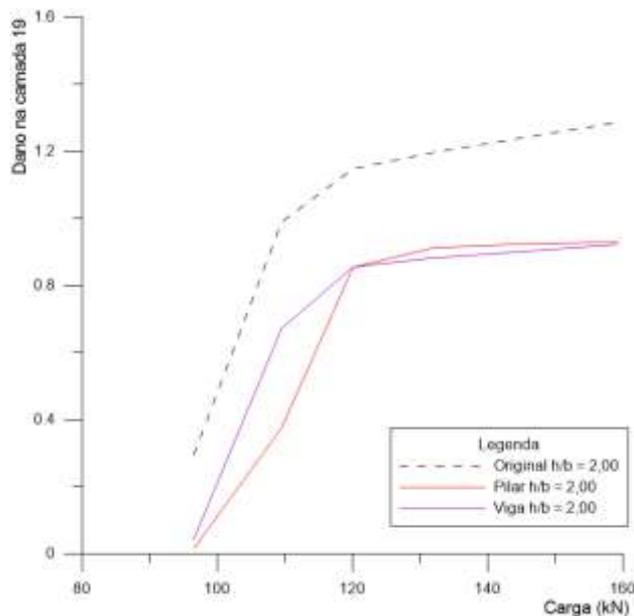
Fonte: Elaborado pelos autores

Já nas comparações da Figura 20 e 21 é possível verificar que em todos os trechos de carregamento para as relações  $h/b = 1,66$  e  $2,00$  são semelhantes para ambas as estruturas alteradas. E para a carga de 132,8kN, da Figura 20, obtivemos uma diferença de 14,11% para o pilar e 18,6% para a viga com relação ao original. Já para a carga de 159,2kN da figura 21,

obteve-se uma diminuição de 27,7% para o pilar e de 28,2% para a viga. Reforçando assim a teoria de que o pilar é que possui maior influência no sistema.



**Figura 20 - Avaliação da evolução do dano quando a relação  $h/b = 1,66$ .**  
Fonte: Elaborado pelos autores



**Figura 21 - Avaliação da evolução do dano quando a relação  $h/b = 2,00$ .**  
Fonte: Elaborado pelos autores

## CONCLUSÃO

A partir dos testes realizados observou-se que o modelo de mecânica do dano pode ser aperfeiçoado para que testes com situações de projeto possam ser verificadas, pois o modelo

apresenta uma quantidade relativamente reduzida de variáveis quando comparados a outros modelos mais complexos possuindo boa representação de situações reais como estado e mostrado por Pituba e Pereira Junior (2014).

Verificou-se que o modelo de dano não foi capaz de convergir em situações de carga elevada, pois o mesmo não responde bem a partir do estado de limite último. Isto se deve ao fato de que o modelo analisa as microfissuras do concreto, não sendo capaz de convergir nas situações em que a peça já apresenta elevadas deformações e fissuras de proporção macroscópica. Como sugestão para melhores resultados seria necessário, então, utilizar modelos de mecânica da fratura combinados ao modelo de dano, representando assim um processo de fratura localizada.

A mecânica do dano então é uma ferramenta numérica que pode ser estudada, aperfeiçoada e testada no regime de serviço (em situações de baixo carregamento) para analisar o deslocamento de estruturas de concreto visto que o efeito de não linearidade do mesmo é bem representado nesse modelo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GUELLO, G. A. **Simulação Computacional de Estruturas de Concreto por meio da Mecânica do Dano**. 2002. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.
- KACHANOV, L. M. Time of the rupture process of non-linear solid mechanics. **Otd.Tech. Nauk.**, v. 8, pp. 28-31, 1958.
- MEHTA, P. K; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. 1. ed. São Paulo: Pini, 1994. 572 p.
- PAPA, M. **Sulla meccanica Del danneaggiamento com particolare riferimento alle murate**. Tese de Doutorado, Politécnica de Milão, 1990.
- PEREIRA JUNIOR, W. M. **Análise Numérica de Estrutura de Concreto com Fibras utilizando Mecânica do Dano**. 2014.
- PITUBA, J. J. C. **Estudo e Aplicação de Modelos Constitutivos para o Concreto Fundamentados na Mecânica do Dano Contínuo**. 1998. 130 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Paulo, 1998.
- PITUBA, J. J. C. **Método do Estado Local Aplicado na Formulação de Modelos Constitutivos de Dano para o Concreto**. Maringá: 2009.

PITUBA, J.J.C; PEREIRA JUNIOR, W. M. **A bi-dissipative damage model for concrete.** 2014.

PROENÇA, S. P. B. **Introdução à Mecânica do Dano e Fraturamento.** 1. ed. São Carlos: 2000, 18 p.

Recebido em 06 de outubro de 2015.

Aprovado em 15 de dezembro de 2015.